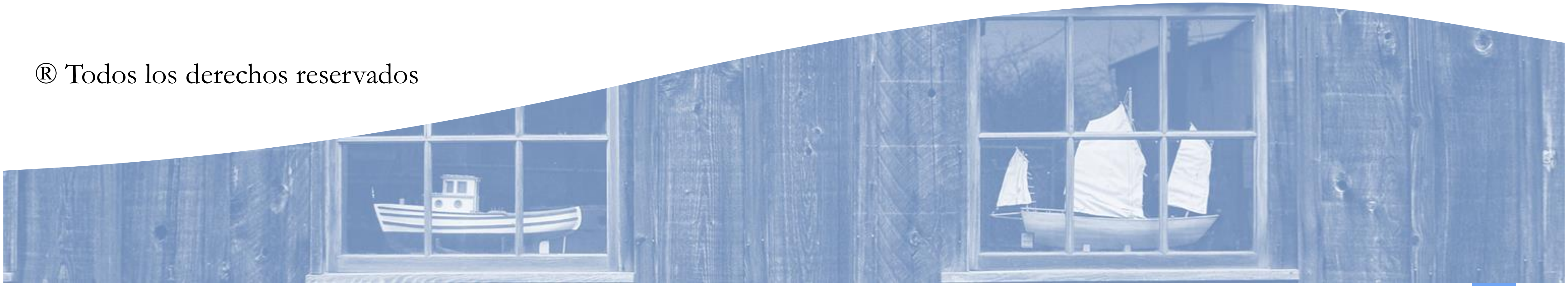
Real Liga Naval Española

Módulo

Arquitectura naval para modelistas

TEMA 3. Estabilidad a grandes ángulos de escora. Curvas cruzadas de estabilidad



1. Estabilidad transversal a grandes ángulos de escora

Hasta los 8º a 12º de escora podemos estudiar la estabilidad con el auxilio de la altura metacéntrica GM.

Para ángulos de escoras mayores el metacentro transversal M deja de ser fijo y el segmento GM pierde toda validez.

Luego **debe estudiarse la estabilidad de otro modo**.

2. Curvas de estabilidad (I)

Cuando el buque está adrizado (θ = 0 grados) no hay separación entre los puntos de aplicación del empuje y el desplazamiento, no hay par de fuerzas, y GZ = 0 (caso a en la Figura 1), así que la curva de brazos adrizantes empieza en el origen de coordenadas. A medida que el buque adquiere escora (casos b y c en la Figura 1) GZ aumenta.

Pero llega un momento en que, al seguir escorando, el valor de GZ ya no aumenta más y comienza a disminuir (caso d en el que GZ es menor que en el caso c) hasta que, llegados a una determinada escora, nos encontramos en la situación de equilibrio indiferente, en la que el centro de gravedad G y el metacentro M coinciden y GZ vuelve a ser cero (caso θ en la Figura 1).

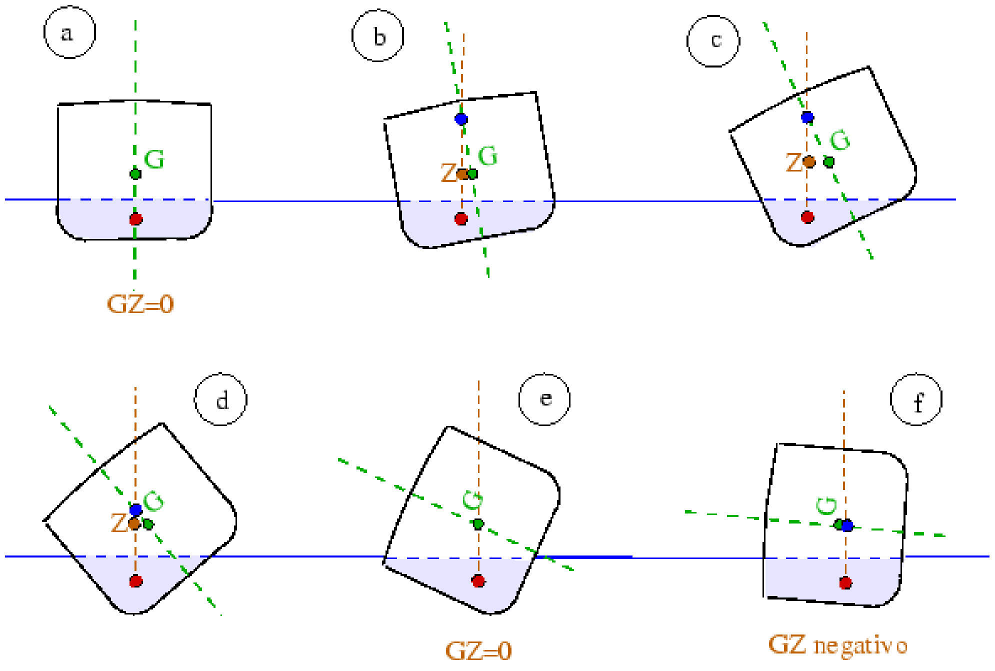


Figura 1

2. Curvas de estabilidad (II)

Para escoras aún mayores (caso f en la **Figura 1**) nos encontramos en el caso descrito en la figura adjunta, en el que el par se ha vuelto escorante, el equilibrio es inestable y GZ vuelve a tomar un valor distinto de cero pero si antes era positivo ahora será negativo pues es hacia el lado contrario

Observa de nuevo como la posición relativa del metacentro respecto al centro de gravedad es quien determina cómo es la situación de equilibrio del buque:
Hasta el caso en el metacentro (representado por el círculo azul) se encuentra siempre por encima del centro de gravedad G y el equilibrio es estable, tendiendo el par de fuerzas a adrizar el buque.

En la situación de ambos puntos coinciden y no hay par de fuerzas, el equilibrio es indiferente y una pequeña perturbación adicional hará que la situación evolucione hacia las anteriores o hacia las siguientes representadas en la **Figura 1**.

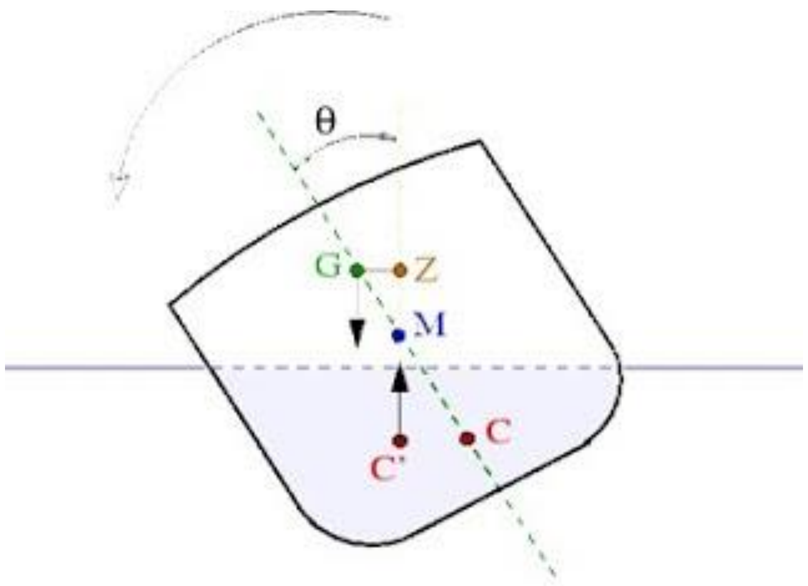


Figura 1bis

Para escoras aun mayores (situación f) el metacentro está por debajo del centro de gravedad.

2. Curvas de estabilidad (III)

En resumen, la curva de brazos adrizantes debe tener un aspecto como el representado en la **Figura 2**

Las principales características de la curva de estabilidad serán:

1) La curva parte del origen de coordenadas pues a escora nula (buque adrizado) no se genera par de fuerzas algunos al actuar tanto el empuje como el desplazamiento a lo largo de la recta que une sus puntos de aplicación.
2) Existe una máximo en la curva. O sea, para una determinada escora θ = θm el brazo adrizante es máximo, adquiriendo el valor GZ = GZm. Obviamente, cuanto mayor es el valor GZm mayor es la estabilidad del buque.
3) Una característica importante es la pendiente en el origen, es decir, cómo de rápido crece GZ al arrancar desde el origen. Cuanto mayor sea esa pendiente (intuitivamente puedes medirla como el ángulo que forma la curva con el eje de las X en el origen de coordenadas) mayor será la estabilidad transversal inicial (es decir, la estabilidad transversal ante pequeñas escoras).
4) Ángulo crítico de estabilidad estática transversal, θc, que corresponde a la escora (representada en el caso θ de la Figura 1) para el que se anula el brazo adrizante. También se conoce como ángulo límite de estabilidad estática transversal. Evidentemente, esta es la escora máxima permitida pues a partir de ella el buque es inestable.

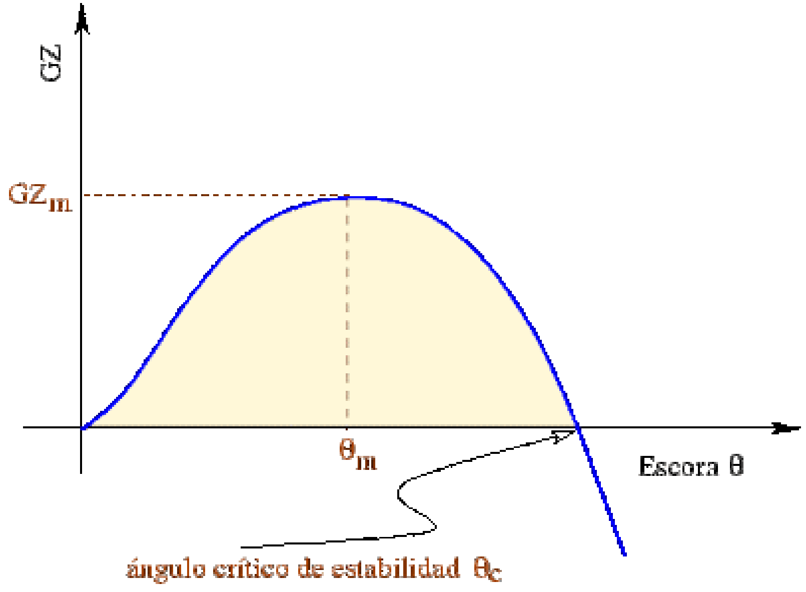


Figura 2.

Características de la curva de estabilidad o curva de brazos adrizantes

2. Curvas de estabilidad (IV)

Cuando la escora crece deja de ser cierto que el metacentro se encuentra en el plano de crujía. La situación deja de ser la representada en la Figura (así que la evolución de GZ discutida en base a la Figura 1(h) es sólo cualitativa, como ya indiqué en su momento). Por contra, lo que se tiene entonces es la situación de la **Figura 3** siguiente.

$$GZ = KN - KG \, \text{sen}\theta$$

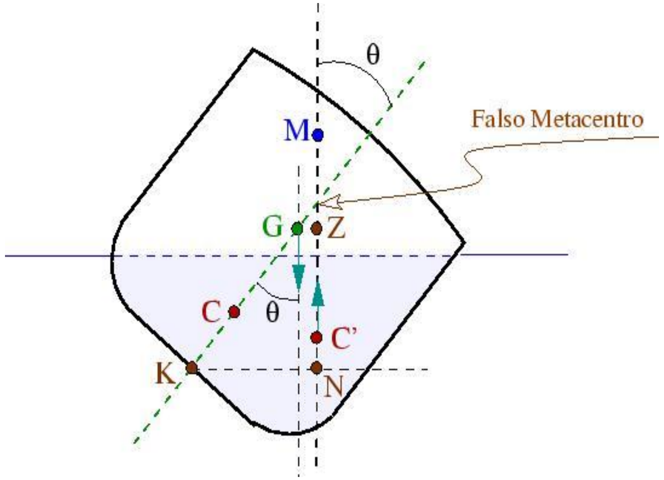
Sea el punto **K** que llamaremos quilla. La distancia **KG** es la altura del centro de gravedad sobre la quilla y evidentemente no depende de la escora. Podemos modificar la distancia KG desplazando el centro de gravedad mediante la carga, descarga o traslado de pesos, pero una vez el buque en navegación KG es una constante que no depende de nada.

La distancia **KN** le ocurre lo mismo que le ocurría a la altura metacéntrica GM en el caso de pequeñas escoras:

KN depende de cuánto se traslade el centro de carena y eso depende de la forma del casco y de su carga. Así que cada buque tiene unas curvas de KN en función de la escora y del desplazamiento Δ

Esas curvas se llaman **curvas pantocarenas (o curvas de KN)**.

A modo de ejemplo, la **Figura 4** (a) y (b), muestra las curvas pantocarenas de un pequeño buque mercante



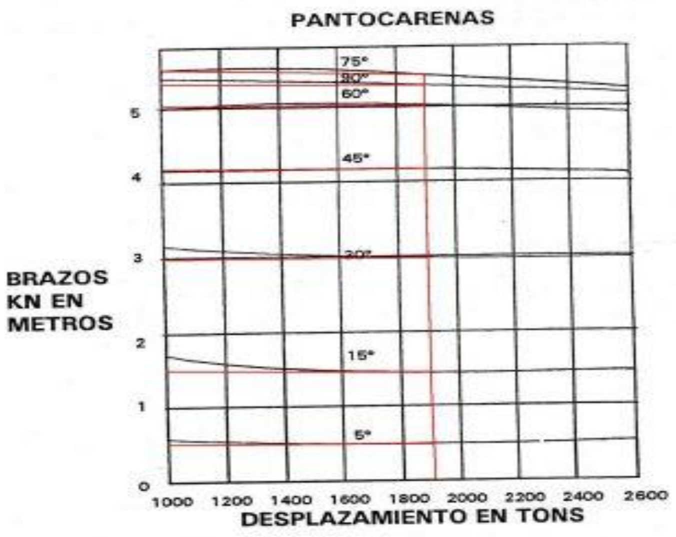


Figura 3 y 4.

3. Utilización de las Pantocarenas (I)

Trazamos una vertical por el valor correspondiente al desplazamiento del buque hasta cortar a la curva correspondiente a la escora que nos interese y leemos entonces en el eje de las "Y" el valor del **KN** correspondiente. Utilizando este valor junto con el valor de **KG** (el mismo para cualquier escora para un desplazamiento dado) en la ecuación **GZ = KN-KGsenθ** nos permite calcular el valor del brazo del par adrizante GZ para el desplazamiento y la escora considerados.

Repitiendo el proceso para todas las escoras obtendremos los **valores de GZ en función de θ** (todos correspondientes al mismo valor del desplazamiento) que nos permiten dibujar la curva de estabilidad para el desplazamiento considerado y comprobar que cumple el criterio de estabilidad.

Si modificamos el desplazamiento del buque, cargando o descargado pesos, habremos modificado tanto KG como los KN y tendremos que repetir el proceso para todas las escoras para terminar representando una nueva curva de estabilidad correspondiente al nuevo desplazamiento del buque.

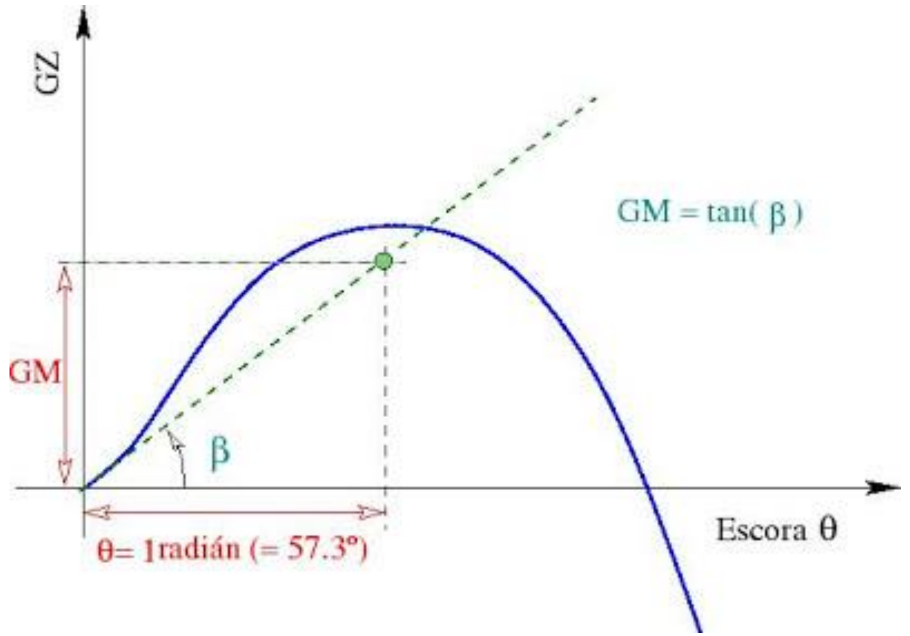


Figura 5.
Obtención de la distancia metacéntrica a partir de la curva de estabilidad

3. Utilización de las Pantocarenas (II)

El mismo esquema representado en la **Figura 3** es válido en el caso particular de pequeñas escoras, con la única salvedad de que en ese caso el metacentro está situado en el plano de crujía (o sea, donde está el falso metacentro para grandes escoras) y no depende de la escora. Por tanto, se obtiene directamente de la Figura 3 la siguiente relación utilizable cuando la escora es pequeña:

$$\mathbf{KG = KM - GM}$$

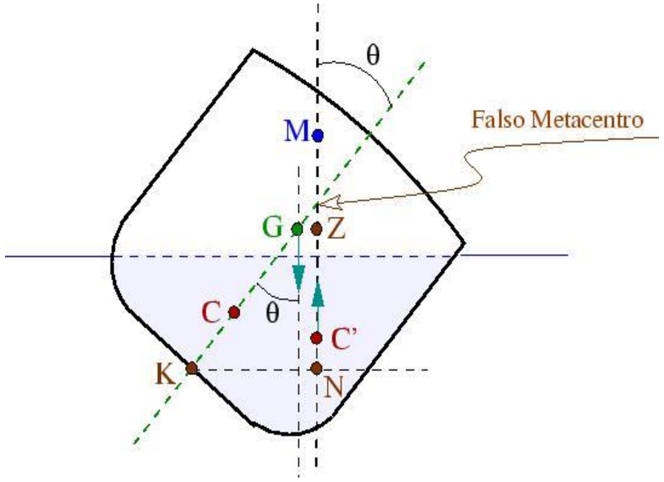
Esta ecuación no es más que una expresión del hecho de que, si el buque es estable, el metacentro está por encima del centro de gravedad para cualquier escora pequeña.

Una vez trazada la curva de estabilidad podemos obtener de ella, gráficamente, el valor de la distancia metacéntrica **GM** (supuesta constante) que podemos utilizar en los estudios de estabilidad ante pequeñas escoras.

Para ello no hay más que tener en cuenta que si un ángulo α es suficientemente pequeño, se puede aproximar **senα ~ α** (por supuesto, con α medido en radianes). Así, para escoras **θ** pequeñas, la ecuación **GZ = GM senθ** se puede aproximar aún más escribiendo

$$\mathbf{GZ \simeq GM\ \theta\ (\theta\ \text{en radianes})}$$

Esta expresión nos dice que para escoras muy pequeñas la curva **GZ** es una recta de pendiente **GM**. Entonces podemos obtener **GM** a partir de la curva de brazos adrizantes mediante la construcción gráfica de la **Figura 5**.



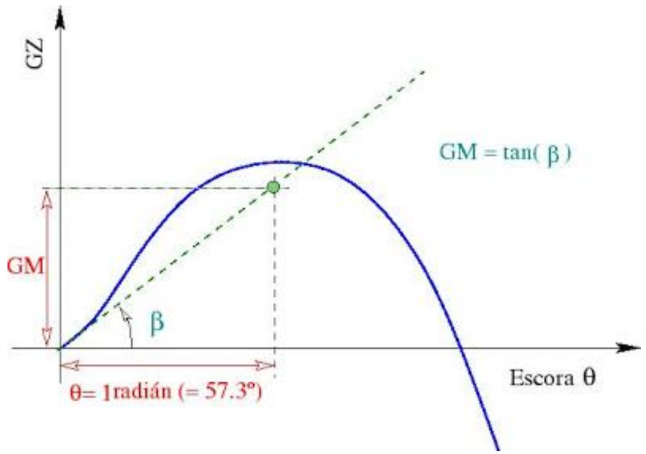


Figura 3 y 5.

3. Utilización de las Pantocarenas (III)

Puesto que finalmente dependemos de datos propios del buque (las curvas **KN**) para poder utilizar la ecuación **GZ = KN - KG senθ** y trazar la curva de estabilidad del buque, bien podría pensarse que, ya que en el proceso de construcción del buque se calculan las curvas de pantocarenas, podrían también a partir de ellas y la ecuación citada arriba, calcularse e incluirse en la documentación del buque curvas que den directamente el brazo del par adrizante **GZ** para diferentes escoras y desplazamientos. De hecho esto es lo que suele ocurrir y junto con las curvas pantocarenas se proporcionan también curvas de brazos **GZ** como las representadas, a modo de ejemplo, en la **Figura 6**

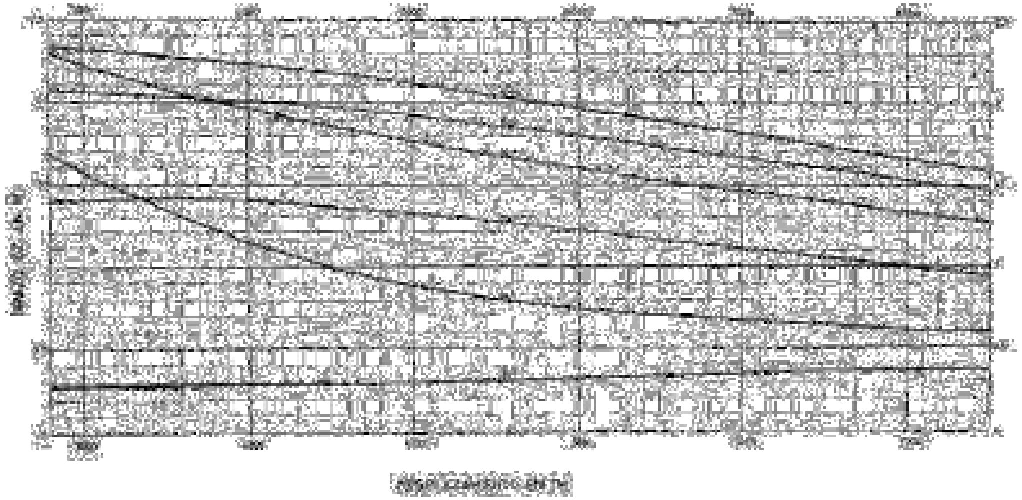


Figura 6.

4. Resumen sobre curvas de estabilidad

Las curvas de brazos adrizantes dan el grazo adrizante para distintos ángulos de escora y para un desplazamiento y posición del centro de gravedad del buque determinado.

Las curvas cruzadas de estabilidad dan los brazos adrizantes para distintos desplazamientos del buque, manteniendo constante la escora, y para una posición del centro de gravedad invariable supuesta.

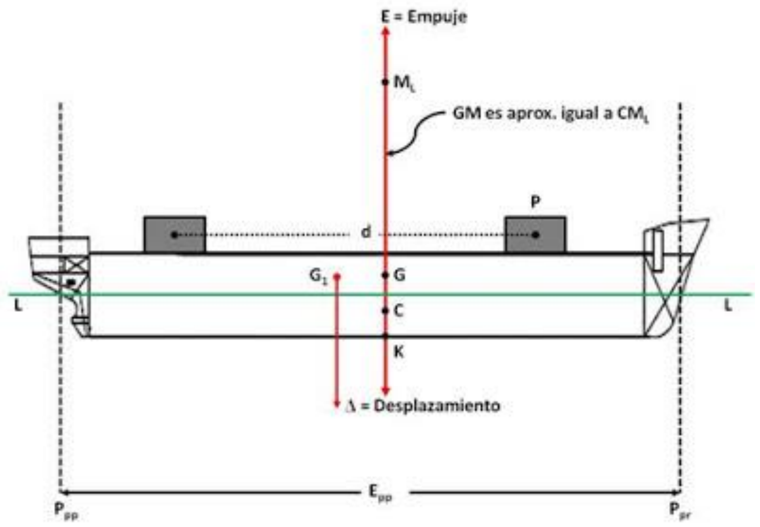
Para obtener la curva de brazos adrizantes partiendo de las curvas cruzadas de estabilidad basta entrar con el desplazamiento conocido del buque a estas últimas, obteniéndose loos brazos para distintas escoras, lo que permite trazar la curva sin corrección. La curva de corrección es una sinusoide de ecuación **GGs.sen θ** siendo **GGs** la distancia entre centro de gravedad del buque y el supuesto, corrección que debe restarse a la curva anterior.

Si el centro de gravedad no está en crujía, habrá que aplicar una nueva corrección dada por la sinusoide **GG´. Cos θ** siendo GG´ la distancia del centro de Gravedad a crujía. En este caso la curva definitiva da la escora permanente en el que el buque permanecerá en equilibrio

5. Estabilidad longitudinal, asiento y calados (I)

La estabilidad longitudinal es una escora que produce un asiento. Si la diferencia entre ambos es "0", decimos que el buque está con calados parejos o even keel. Si el calado de proa es mayor que el de popa, el buque tiene un asiento negativo o trimmed by the bow.; en caso contrario el asiento es positivo o trimmed by the stern.

Consideremos un buque flotando en reposo en aguas calmas y con asiento "0".



Como podemos observar, **G y C** se encuentran ubicados sobre la misma vertical y **E = Δ** o sea el empuje es igual al desplazamiento del buque.

Ahora moveremos un peso "**p**" que se encontraba a bordo desde proa de la sección maestra hacia popa de la misma.

Ello provocará un movimiento de **G a G1**, en dirección paralela al movimiento que tuvo el peso:

$$\mathbf{GG1= p.d/\Delta \text{ ó } \Delta . GG1 = p . d}$$

Un momento de cambio de asiento se ha producido provocado por **p . d**

El buque ahora ya no tendrá a **G y C** sobre la misma vertical

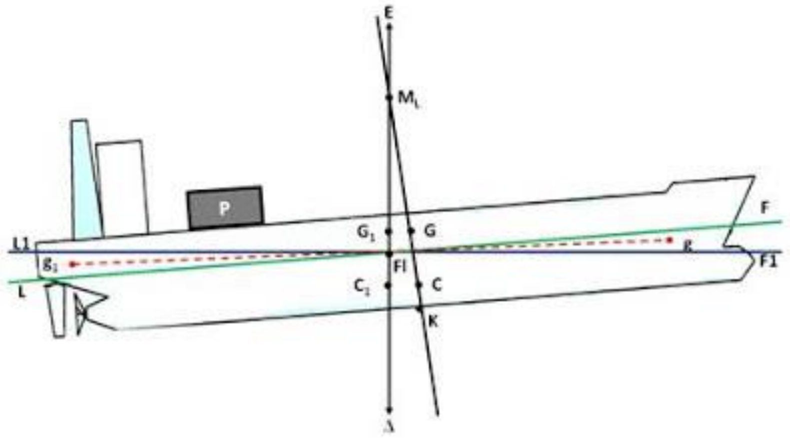


Figura 7 y 8.

5. Estabilidad longitudinal, asiento y calados (II)

Al haberse apoyado la cuña de carena **LFL1**, emergió y la cuña **FFlF1**, se sumergió.

El buque cambio sus calados de proa y popa, pero sigue pesando lo mismo que cuando estaba con asiento “0”.

Esto quiere decir que los volúmenes de ambas cuñas son iguales, y que el punto sobre el cual el buque giró longitudinalmente fue “**Fl**”, el centro geométrico del área del plano de notación. (tipping centre).

Si el buque hubiera sido un prisma rectangular homogéneo, dicho punto “**Fl**” estaría exactamente en su semi-eslora y en el cruce de las diagonales del rectángulo formado por el plano de flotación; pero en un buque real, el mismo seguramente estará desplazado ligeramente a proa o popa de la sección maestra.

El metacentro longitudinal está situado en la intersección entre la vertical que parte de “**C**” y la prolongación de la perpendicular que partiendo de “**K**” pasa por la sección manga maestra.

La distancia vertical entre **G** y **ML** es llamada altura metacéntrica longitudinal, mientras que la distancia **CML** es el radio metacéntrico longitudinal y puede ser calculado, para cualquier tipo a través del modelo:

$$\mathbf{CML = IL/V}$$

IL = Es el momento secundario del plano de flotación respecto al punto “F”.

V = Es el volumen de la carena

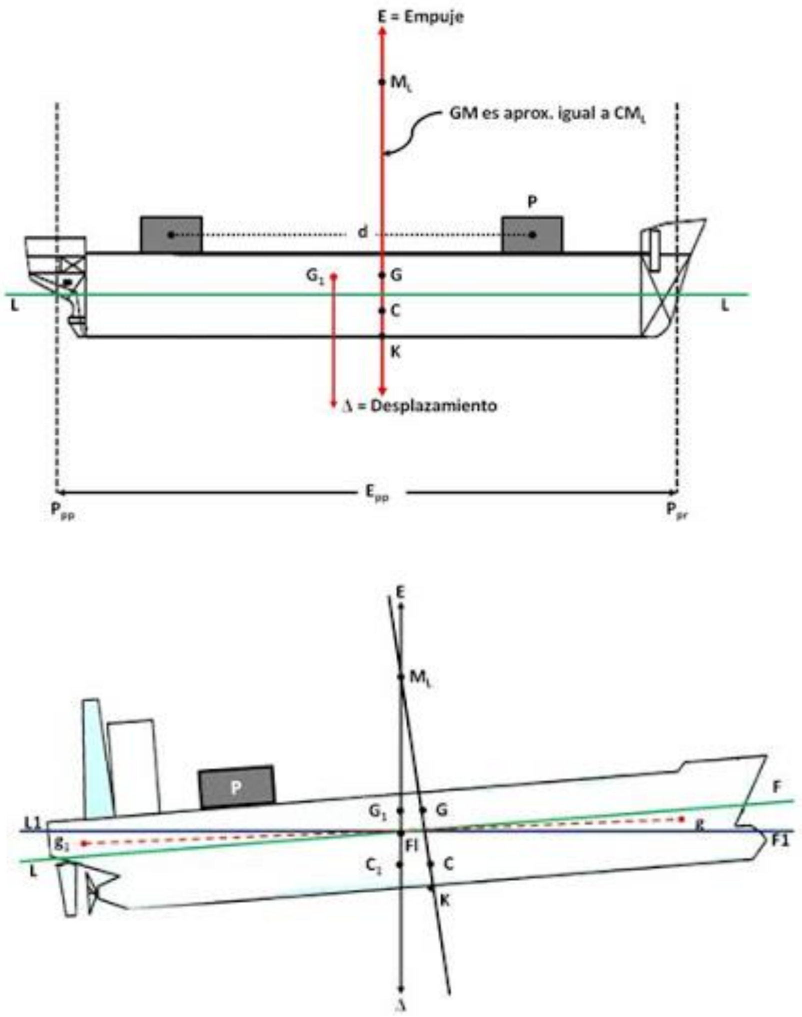


Figura 7 y 8.

5. Estabilidad longitudinal, asiento y calados (III)

5.1. Poner el buque en calados

Reciben el nombre de "**Puntos indiferentes**", aquellos puntos del plano diametral del buque, que cargando pesos dentro de ciertos límites, en la vertical de ellos, el calado del extremo opuesto del buque no varía; habrá un punto indiferente a proa del centro de flotación, y otro a popa.

Tenemos un buque en la flotación **F0L0**, (**Fig. 9**), cargamos un peso en la vertical del punto "**A**", que suponemos es el punto indiferente de proa para esa flotación, y que por definición cargando un peso moderado en su vertical, el calado de popa no varía.

El peso nos produce primero inmersión, porque suponemos que lo cargamos en la vertical del centro de flotación "**F**", **ΔC= p / Tpc**; y después, la alteración en el asiento del buque, por la traslación horizontal longitudinal a la vertical de "**A**",

a = p. df/Mu

Como vemos que cargando pesos en la vertical de "A", el Cpp no varía, podemos poner que **ΔC = p/Tpc ΔC - app = 0** app = a/Epp . dppF a = p . dF/Mu sustituyendo y luego dividiendo entre "p", llegamos a la siguiente expresión:

dF = Epp . Mu/dppF. Tcp

dF = distancia al centro de flotación del punto indiferente, correspondiente a la flotación F0 L0 , a proa en este caso

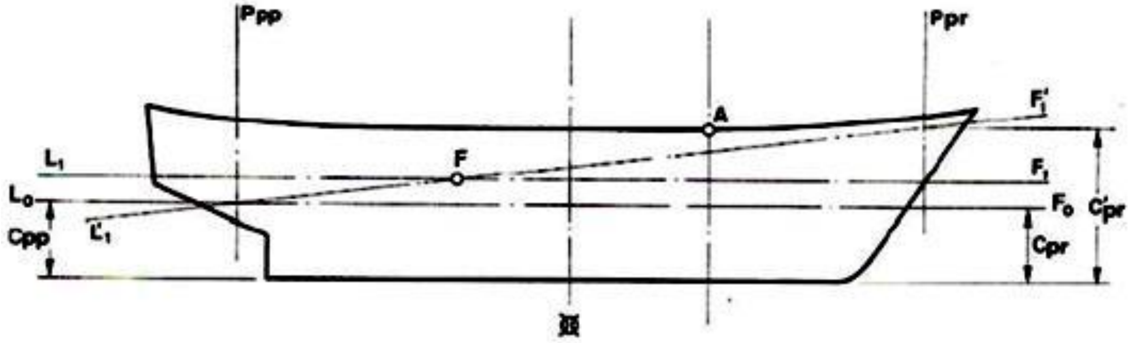


Figura 9.

ΔC = Incremento del calado medio inicial, positivo o negativo.
Epp = Eslora entre perpendiculares.
Mu. = Momento unitario correspondiente a la flotación F o Lo.
dpPF = Distancia a popa del centro de flotación, (1/2 E - F) en la (Fig. 9).
Tpc = Toneladas por centímetro, correspondiente a la flotación F 0 L0.

En el caso particular que el **centro de flotación "F", coincida con la sección media o maestra, dF = 2 Mu/Tpc**

Si queremos marcados en los planos del buque, **d = dF ± F**.

d = Distancia longitudinal al centro de eslora.
dF = Distancia longitudinal al centro de flotación.
F = Distancia que nos da las curvas hidrostáticas en función del calado correspondiente

5. Estabilidad longitudinal, asiento y calados (IV)

5.2. Toneladas por centímetro o por pulgada en cabeza: su determinación

Recibe el nombre de toneladas por centímetro o pulgada en cabeza, relativas a una bodega determinada: el número de toneladas que hay que cargar en esa bodega, para producir en la cabeza correspondiente, una diferencia de calados de un centímetro o una pulgada.

Normalmente se calcula para las bodegas extremas. En la (**Fig. 10**) embarcamos el peso «**p**» en el extremo de proa, y nos produce una variación en el calado de proa, **ΔC + apr = p/Tpc + a/Epp . dprF**; por definición, cuando esto sea igual a un centímetro o una pulgada, el peso”p” recibe el nombre de toneladas por centímetro o pulgada en cabeza, y le llamaremos “**tc**” o “**tp**” y en general “**t**”.

Sustituyendo y despejando tenemos que:

- **t** = Epp . Mu . Tpc / Epp . Mu + dF . Tpc . dprF
- **t** = Toneladas en cabeza.
- **Epp** = Eslora entre perpendiculares.
- **Mu.** = Momento unitario.
- **Tpc** = Toneladas por centímetro o pulgada de inmersión.
- **dF** = Distancia al centro de flotación, del centro de gravedad de la bodega.
- **dprF** = Distancia a la Perpendicular de proa de “F”.

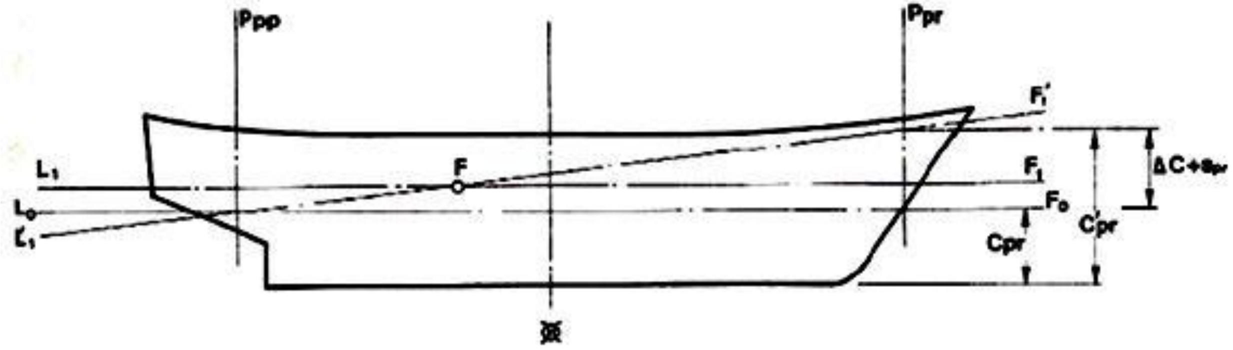


Figura 10.

En el caso particular que el centro de flotación coincidiera con la sección media o maestra.

t = 2 Mu . Tpc / 2 Mu + dF . Tpc

dF = Distancia longitudinal, del centro de gravedad bodega al centro de flotación.

Las toneladas en cabeza serán por centímetro o por pulgada, según el tipo de unidades que usemos en la fórmula.

5. Estabilidad longitudinal, asiento y calados (V)

5.3. Diagrama de asientos

Si calculamos en las distintas flotaciones, las variaciones que sufren los calados en las perpendiculares de proa y popa, (**ΔC ± apr y ΔC ∓ app**), en función de la zona del buque donde se embarcan, y la cantidad del peso en toneladas, la representación gráfica de estos cambios de asiento, es lo que recibe el nombre de "diagrama de asientos".

En la (**Fig. 11**) tenemos un tipo de diagrama; para los calados a proa usaremos el perfil del buque de la parte superior, y para los calados a popa el de la parte inferior

Las **rayas horizontales** indican, toneladas que se cargan o descargan.

Las **rayas radiales** indican las alteraciones del calado, o sea, (**ΔC ± apr**) y (**ΔC ∓ app**); en la parte derecha las alteraciones del calado de proa, y en la izquierda las de popa.

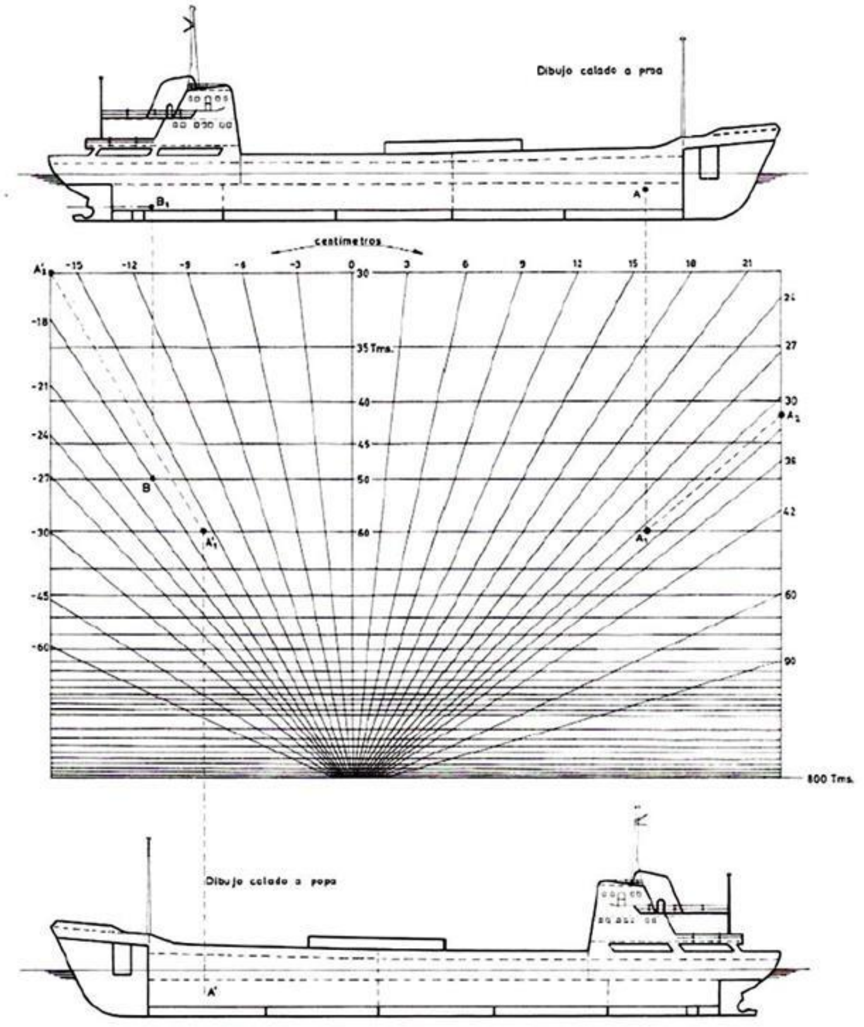


Figura 11.

6. Estabilidad dinámica (I)

La estabilidad dinámica de un barco representa la energía de la que dispone éste para recuperar su posición de equilibrio. Para una escora determinada, **θ**, viene definida por el trabajo realizado contra el par adrizante, **MA** , para llevar al barco desde su posición de equilibrio hasta esa inclinación **θ**.

Teniendo en cuenta que el momento adrizante, **MA** , para un ángulo de escora, **θ**, está dado por **MA = D x GZθ** , donde **GZθ** es el brazo adrizante para el ángulo de escora **θ**, se puede representar la curva de los momentos adrizantes simplemente cambiando, en la curva de estabilidad estática, la escala del eje vertical, **GZ**, multiplicándolo por el desplazamiento, **D**, que es constante, como se ve en la figura

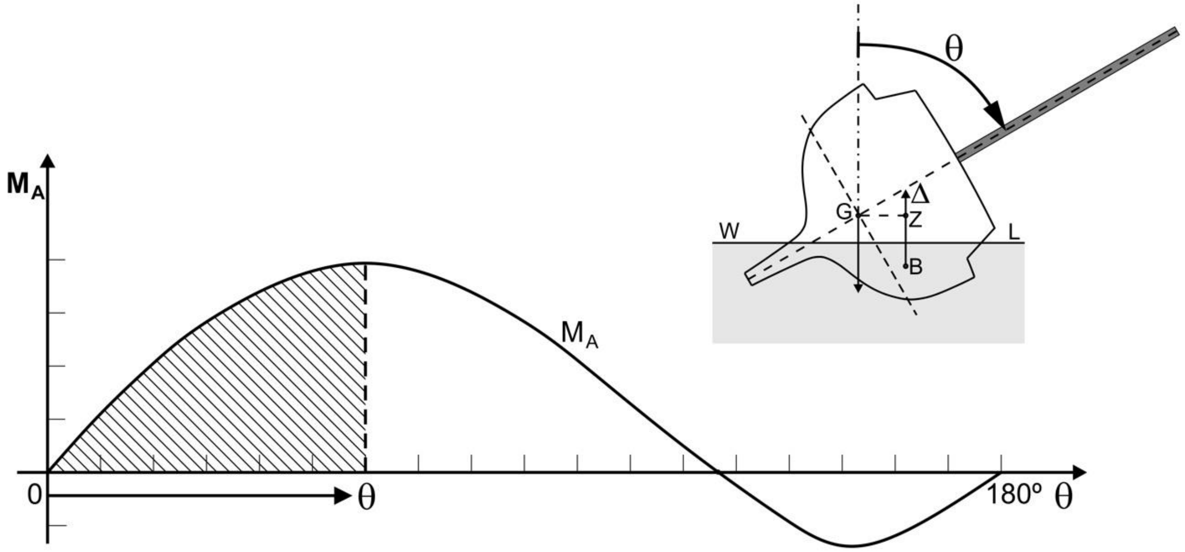


Figura 12.

Entonces el trabajo necesario para llevar el barco hasta una escora θ, es decir su estabilidad dinámica, que es equivalente a la energía potencial, **Ep** , debida al momento adrizante hasta esa escora, estará dada por el área bajo la curva **MA** hasta el ángulo **θ**, zona sombreada de la figura, por lo tanto:

$$E_p = \int_0^{\theta} M_A d\theta = \Delta \int_0^{\theta} GZ_{\theta}\ d\theta$$

6. Estabilidad dinámica (II)

Si se supone al barco sometido a una perturbación externa, por ejemplo la acción del viento sobre las velas, que le produce una **escora θ**, debida al correspondiente el momento escorante, **ME** , el trabajo producido por este momento equivale a la energía suministrada por el viento al barco y estará dada por una expresión similar al trabajo del momento adrizante, es decir:

$$\int_0^\theta M_E d\theta$$

Estableciendo el equilibrio en términos de energía, para una determinada escora **θ**, el trabajo suministrado por el momento escorante, **ME** , hasta esa escora será igual a la energía cinética debida al movimiento de balance del barco, **Ek** , más el trabajo absorbido por el momento adrizante, **MA** , en forma de energía potencial, es decir:

$$\int_0^\theta M_E d\theta = E_k + \int_0^\theta M_A d\theta$$

Por tanto **la energía cinética del barco, de la que se puede deducir su velocidad de balance, será igual en cada instante a la diferencia entre los trabajos del momento escorante y momento adrizante**, suponiendo que no hay amortiguamiento hidrodinámico que disiparía parte de esa energía

6. Estabilidad dinámica (III)

Si se representa en el mismo gráfico la curva del momento escorante, ME , en función de la escora, junto con la curva de momentos adrizantes, MA , como se ve en la figura, se puede ir analizando gráficamente lo que ocurre.

A medida que actúa el momento escorante, hasta el **ángulo θ = θA** , en el que se igualan los momentos, la energía cinética del barco va creciendo, puesto que hasta ese ángulo el momento escorante **ME** es mayor que el adrizante **MA** , por tanto el barco va aumentando la velocidad de balance hasta el punto A de igualdad de momentos. La **energía cinética en el punto A está representada por el área rayada**, (1), que es la diferencia entre las áreas que representan, respectivamente, el trabajo realizado por el viento y la energía potencial del barco.

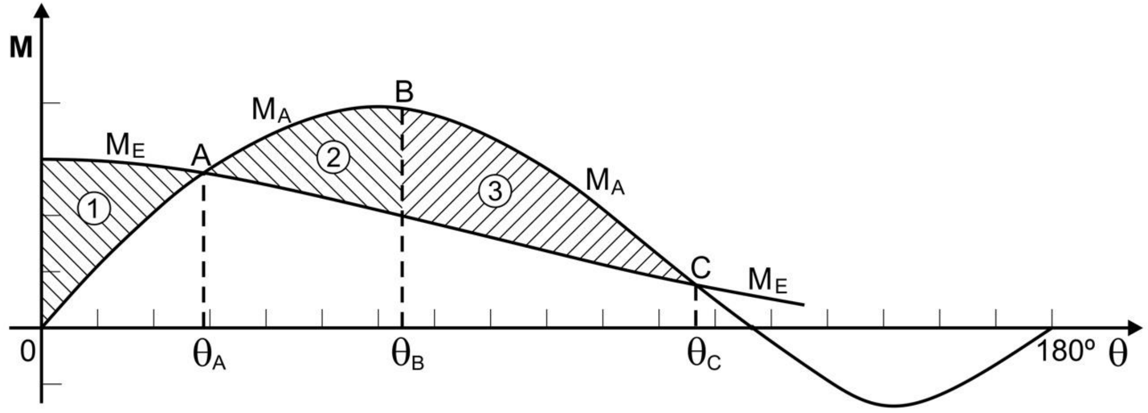


Figura 13.

A partir del ángulo θ = θA y hasta θ = θB , el momento adrizante, MA , es mayor que el escorante, ME , por lo que el barco va disminuyendo su velocidad de rotación, es decir la energía cinética va decreciendo transformándose en energía potencial adrizante, hasta anularse en el punto B, donde EK = 0 , puesto que el área (1), energía cinética hasta A, se hace igual al área rayada entre θA y θB , área **(2), que es la energía potencial o estabilidad dinámica neta hasta ese ángulo**.

6. Estabilidad dinámica (IV)

El ángulo máximo de escora que se alcanzará debido a la causa externa escorante, en este caso el viento, será el punto en el que se detenga el barco, es decir EK = 0, por tanto en ese ángulo, θB , se verifica:

$$\int_0^{\theta_B} M_E d\theta = \int_0^{\theta_B} M_A d\theta$$

En el ángulo $\theta = \theta B$, el barco se para momentáneamente, pero puesto que en ese punto el momento adrizante MA es mayor que el escorante ME , el barco comenzará a moverse en sentido contrario, tendiendo a disminuir la escora θ e incrementándose otra vez la energía cinética.

El área rayada que queda entre las curvas de los momentos y entre los ángulos $\theta = \theta B$ y $\theta = \theta C$, **área (3), representa la energía potencial adrizante remanente**, reserva de estabilidad dinámica, puesto que si el barco supera el ángulo límite de estabilidad, que ahora es $\theta = \theta C$, debido a la acción de otra causa externa como pueden ser las olas, el barco ya no tiene posibilidad de adrizarse por lo que dará la vuelta.